



TITLE:

脈動星の流体模型に現われる間欠  
カオス(基研短期研究会『天体現象  
と非線形・非平衡物理』,研究会報  
告)

AUTHOR(S):

相川, 利樹

---

CITATION:

相川, 利樹. 脈動星の流体模型に現われる間欠カオス(基研短期研究会『  
天体現象と非線形・非平衡物理』,研究会報告). 物性研究 1988, 50(2):  
245-250

ISSUE DATE:

1988-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/93056>

RIGHT:

- [5] J.R. Buchler and O. Regev, *Astrophys.J.* **263** (1982) 312.
- [6] M. Auvergne and A. Baglin, *Astron. Astrophys.* **142** (1985) 388.
- [7] J. Perdang and S. Blacher, *Astron. Astrophys.* **112** (1982) 35, *ibid.* **136** (1984) 263.
- [8] Y. Tanaka and M. Takeuti, (1987) in preparation. その要旨は M. Takeuti and Y. Tanaka, in the proceedings of IAU colloquium no.108, in press; M. Takeuti, in the proceedings of the workshop on Multimode Stellar Pulsations, (1988) in press に発表されている。
- [9] J. Perdang and S. Blacher, in the proceedings of the workshop on Multimode Stellar Pulsations, (1988) in press.
- [10] O.E. Rossler, *Phys. Letter* **57A** (1976) 397.
- [11] N.H. Baker, in "Stellar Evolution", eds. R.F. Stein and A.G.F. Cameron (Plenum Press 1966) 333.
- [12] Y. Tanaka and M. Takeuti, (1987) unpublished.

## 脈動星の流体模型に現われる間欠カオス

東北学院大・工 相 川 利 樹

### § 1 はじめに

脈動変光星の変光曲線を見るとさまざまなものがある。典型ケフェウス型や琴座RR型変光星などは、安定な周期的変化曲線を示しており、有限振幅の極限周期解にある脈動だと考えられる。これに反して、RV Tau型や半規則型の変光星などでは、字づらからも想像されるが、種々の程度において変光曲線は不規則な特徴を示している。

これら種々の脈動変光星の示す変光曲線の特徴を統一的に理解しようとするとき、3つの考え方がある：  
(1) 典型ケフェウス型などは単一の周期の脈動である。これに反して、多重周期を持つ変光星があり、みかけの上で不規則とみえる脈動をしている。(2) 単一周期の脈動に、星の外層での対流層に伴う雑音が種々の程度に重なり、種々の変光曲線を作り出す。(3) 極限周期解から不規則な脈動までは脈動星の非線形振動の結果として理解される。つまり、この場合には不規則的な脈動は、決定方程式で現われるカオスであると考えられるわけである。

現実の変光星がどの原因によっているかを特定するためには、変光曲線の系統的な観測が必要であるが、(3)の立場に立つと、脈動星の非線形振動の理論的研究からも大きな示唆が得られる。

典型ケフェウス型変光星は、星の進化の中で、主系列から赤色巨星への進化の過程で、脈動不安定帯 (Instability Strip) の中にあると考えられている。一方、RV Tau型や不規則変光星は、赤色巨星枝 (Asymptotic giant branch) で、大量の質量放出をして、小質量超巨星となり、脈動不安定帯にあると

考えられている。非線型脈動という観点からすると、後者の星の外層での重力の値は前者より1ケタ小さい。従って、後者の脈動は強い非線型性を示すと期待できるし、衝撃波の発生などによる脈動エネルギーの散逸も大きい。後者の脈動では、従って、典型ケフェウス型変光星などとは様相の異なった脈動も期待できる。実際、小質量超巨星の流体模型のシュミレーションの研究で、不規則的振動が出現することが確かめられている<sup>[1]</sup>。

一方、散逸を伴う決定方程式における不規則性の出現は、カオスに至る道筋として詳しく調べられている<sup>[2]</sup>。どのような道筋を通してカオスに至るかは、その物理過程による。上記の小質量超巨星の模型で現われたカオスについては、ごく最近 Buchler et al.<sup>[3]</sup> 及び、それと独立に Aikawa<sup>[4]</sup> によって調べられた。ここでは、以下<sup>[4]</sup>に沿ってその結果を報告する。

## §2 流体模型

ここでは動径脈動のみを取扱う。星の外層はN個のセルで近似され、そこで運動方程式、連続の式、エネルギー保存式が差分の形で表現された発展方程式となる。星の外層では、輻射によるエネルギー輸達が重要な項として、エネルギー保存則に加わる。各セルの温度、シェルの半径と速度が変数となり、境界条件を考慮すると、全体の変数の数は $3N$ となる。(流体模型の詳細については、例えば、文献5を参照のこと)。

Aikawa<sup>[4]</sup>は、以下のようなパラメーターを持つ模型系列の流体模型を調べている：

$$L = 3200 L_{\odot}$$

$$T_e = 5300 \text{ K}$$

$$x = 0.70, \quad z = 0.02$$

$$1.4 M_{\odot} \leq M \leq 1.5 M_{\odot}$$

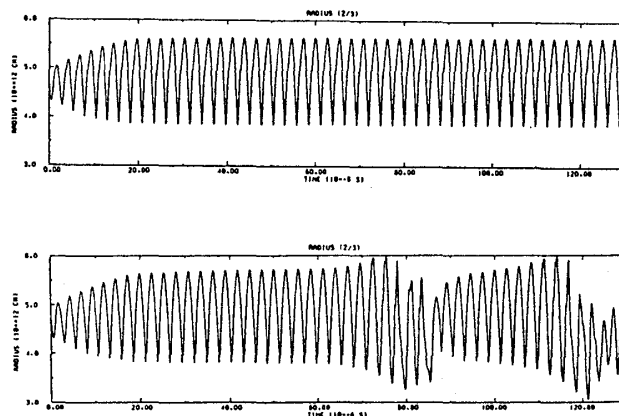


図1 光球での半径の時間変化。上図は、 $M = 1.45 M_{\odot}$ の模型で極限周期解に収束している。下図は、 $M = 1.43 M_{\odot}$ で、不規則振動を示している。

つまり、星の光度 ( $L$ )、有効温度 ( $T_e$ ) 及び化学組成 ( $x, z$ : 水素および重元素の存在量を質量比で表わしたもの) を一定にしておいて、質量 ( $M$ ) を制御変数として、模型の系列を作ったわけである。線型安定性解析によれば、基本振動モードのみが脈動不安定であり、このモードが脈動を励起するわけである。このモードによって励起された非線型振動の様子をシュミレーションで調べるわけである (ここでは、 $N = 69$ , 従って全変数の数は 207 になる)。

図 I は、極限周期解、及び不規則振動になる模型での、光球の半径の時間変化を示したものである。制御変数のわずかな変化で、著しく異った振動が出現することがわかる。不規則振動についてみると、比較的穏やかな準周期的振動をしている時期 (これを Laminar phase と呼ぶことにする) がしばらく続いたかと思うと、大振幅の振動が発生 (これが Outburst) し、急激に減衰する時期を過ぎて、次の Laminar phase へと移って行くという特徴を持っていることがわかる。

### § 3 一次逐次写像 (First return map)

流体模型の力学的な特徴を調べる目的で一次元の一次逐次写像を作ってみる。複雑な力学系 (例えば、流体の系) であっても、その特徴が少数自由度系でのカオスとよく対応するという事実が知られてきている。一次元一次逐次写像は、このような写像の中で最も簡単なものである。

ここでは、次のようにして流体模型の一次逐次写像を構成する: 一周期の振動で、流体模型は膨張期と収縮期にそれぞれ脈動エネルギーは最大値を持つ。この膨張期での値  $T_i$  に着目する。そうするとある初期値から出発した流体模型のシュミレーションから、数列:

$$\{T_i\} = (T_1, T_2, \dots, T_i, T_{i+1}, \dots)$$

が得られる。この数列から一次逐次写像 ( $T_i - T_{i+1}$  図) が得られる。

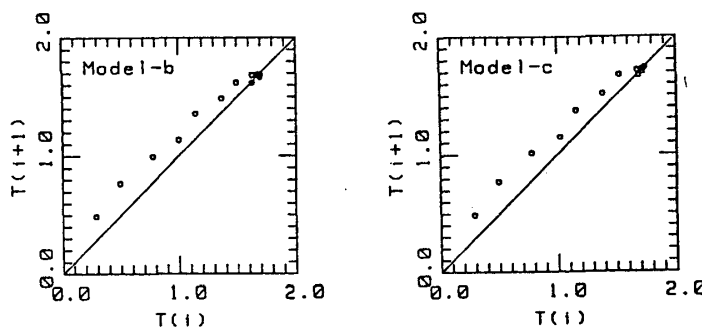


図 II 極限周期解に収束する模型 ( $M = 1.46 M_{\odot}$ ,  $M = 1.45 M_{\odot}$ ) の一次元一次逐次写像

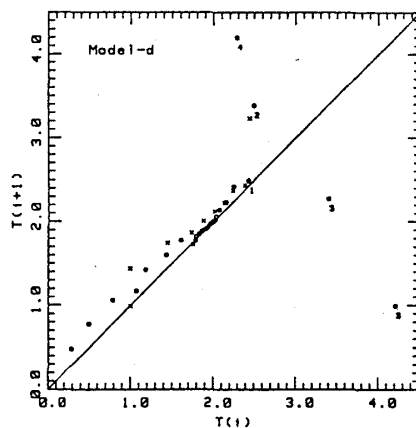
図Ⅱは、極限周期解に収束する模型の一次逐次写像である。シミュレーションの初期値は極限周期解の振幅より小さいので、写像点は、対角線 (bisectrix) の上部を、この線に沿って移動する。そして、極限周期解として、bisectrix 上の一点に収束していく。

図Ⅲは、不規則振動を示す模型の場合である。振幅の小さい内は前の場合と同じであるが、今回の場合は極限周期解を持たない。しかし、極限周期解に収束したかと思わせるほど長時間の間、ほぼ周期的な振動をする (これは、図Ⅲの bisectrix 上で密に写像点のあるところ)。

除々にではあるが、写像点は bisectrix に沿って上昇する。最終的には、大振幅の振動に発展し、衝撃波によって脈動エネルギーは強い散逸をうけ、小振幅の振動に戻っていく。この後、写像点は、前のプロセスをほぼ同じような道筋で移動する。

以上が、極限周期に収束する場合、不規則振動を示す場合の流体模型の一次逐次写像の様子である。この流体模型の自由度は 200 であるが、力学的なふるまいはよく一次逐次写像で表現されている。小数自由度系との対応が期待できる。

Buchler et al.<sup>[3]</sup>は、Aikawa<sup>[4]</sup>とは異ったパラメーターではあるが、脈動星の流体模型で同様な一次逐次写像の結果を得ている。



図Ⅲ 不規則振動を示す模型 ( $M = 1.43 M_{\odot}$ ) の一次元一次逐次写像

#### § 4 散逸構造

以上の観察から、模型の質量 (今の場合、これが制御変数) を小さくしていくと、極限周期解に収束する脈動から、不規則振動を示す脈動に遷位することがわかった。しかし、どんな道筋を通して遷位したのかという肝心の答えはまだ不明のところが多い。

Aikawa<sup>[4]</sup>は遷位の近くにある極限周期解を持つ模型の特徴に、それを最終的に決めるキイがあると考えた。そこで、極限周期解の振幅より大きな振動に対して模型がどんなふるまいをするか調べた。

入力した振動は脈動エネルギーの最大値  $T_i$  で特徴づけられる。一方、一周周期後に出力として出てくる振動は、同じ量  $T_{i+1}$  で特徴づける。 $T_i$  と  $T_{i+1}$  の大小関係によって

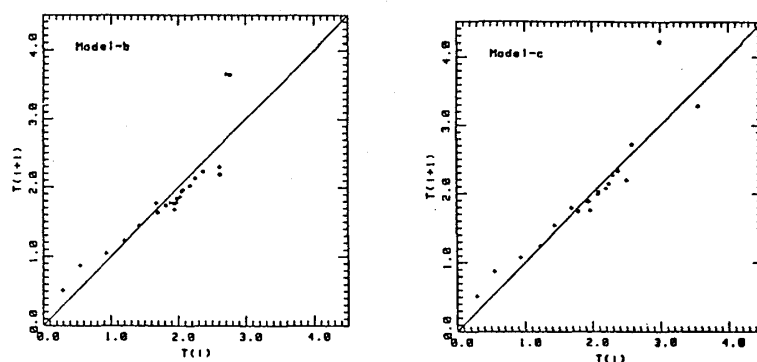
$$(1) \quad T_{i+1} < T_i$$

$$(2) \quad T_{i+1} = T_i$$

$$(3) \quad T_{i+1} > T_i$$

があり、(1)は入力した振幅に対して振動は散逸的になっている。(3)の場合はこの逆で、入力した振動を励起する。(2)は振動は中立である。このような検定で、極限周期解を持つ模型の散逸構造を調べることができる。

図Ⅳはその例である。これらの模型は極限周期解を持ち、不規則振動へ遷位する遷位点のごく近くにある。これから、次の二つのことがこれらの模型の散逸構造の特徴としてまとめることができる：



図Ⅳ 極限周期解を持つ模型 ( $M = 1.46 M_{\odot}$ ,  $M = 1.45 M_{\odot}$ ) の散逸構造

(1) 極限周期解は安定であるからそれより大きい振幅に対しては散逸的であるはず。しかし、図は、その散逸は、振動がほとんど中立であると思われるほど極めて小さい。この状況は、極限周期解より可成り大きい振幅の振動に対して変らない。

(2) さらに大振幅にすると、入力した振動を励起するようになる。このことは、極限周期解より大きい振幅のところにもう一つ周期振動（固定点）が存在することを意味している。この固定点は、それより小さい振幅に対して散逸的で、大きい振幅に対して散逸的で、大きい振幅に対して励起的なので不安定である。

遷位の近くにある極限周期解を持つ模型は、安定な固定点（極限周期解）と、それより大きい振幅のところにもう一つの不安定な固定点を持つ散逸構造になっている。

## §5 結 論

はじめに問題にした遷位の性格については次のようにいえる：極限周期解を持つ模型は、安定な固定点とそれより大きい振幅のところにも不安定な固定点を持っている。制御変数（ここでは質量）を遷位点の方向に変えると、この二つの固定点は互いに近づき、遷位点では、この二つの固定点は融合してしまい、変曲点になる。これが極限周期解に収束する模型から不規則振動になる模型の遷位点になる。さらに、模型の質量を小さくすると、固定点を全く持たない振動になる。しかし、変曲点に対応する振幅のところでは脈動は中立化されているから、脈動エネルギーの増加は極めてゆっくりとしたものになり、これが不規則振動の Laminar phase となる。

遷位のこのような性格は、少数自由度系のカオスに至る道筋の中で、Pomeau and Manneville<sup>[5]</sup> によって type I の Intermittency と命名されたものに一致する。

制御変数を変えると、安定固定点と不安定固定点とが接近をはじめ、ついには融合してしまう。この過程（安定固定点の中性化）が Intermittency の特徴である。どのような具体的物理課程がこれに絡んでいるかを探るのは今後の課題である。

## 文 献

### (1)例えば

- Tuchman, Y., Sach, N. and Barkat, Z., *Astrophys. J.* **234** (1979) 217.  
Fadeyev, Yu. A., *Astrophys. Space Sci.*, **86** (1982), 143.  
Fadeyev, Yu. A., *Astrophys. Space Sci.*, **100** (1984), 329.  
Fadeyev, Yu. A., Tutukov, A., *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.*, **195** (1981), 811.  
Nakata, M., *Astrophys. Space Sci.*, **132** (1987), 337.

### (2)例えば

相沢 洋二, 本研究会報告

- (3) Buchler, J. R., Kovács, G. and Goupil, M.-J., preprint, *Phys. Lett.* (submitted).  
(4) Aikawa, T., *Astrophys. Space Sci.* (1987) in press.  
(5) Christy, R. F., *Methods in Computational Phys.*, **7** (1967) 191.  
(6) Pomeau, Y. and Manneville, P., *Comm. Math. Phys.* **74** (1980) 189.

その他, 参考になる文献として

Berge, P., Pomeau, Y., and Vidal, C., *Order within Chaos* (1984), (John Wiley and Sons : New York).

## 天体磁気圏の非線形振動現象

北大 理 花見 仁史

### § 1 Introduction

### § 2 宇宙における非線形振動的現象

### § 3 Accretion Diskの標準モデル

### § 4 Accretion Diskの不安定性

### § 5 MagnetosphereとAccretionDiskとの相互作用

### § 6 Nonlinear Oscillation of Magnetosphere around Compact Objects

### § 7 Nonlinear Oscillation of Radiosphere around Compact Objects

### § 8 最後に